کاربرد لگاریتم در حل مسائل شیمی

حسین میرزایی،
دبیر ریاضی شهرستان پلدختر

سیدمحمد حسینی،
دانشجوی دکترای شیمی تجزیه و دبیر شیمی شهرستان پلدختر

چکیده

اختـراع لگاریتم در دنیا شـگفتی کاملی بوده اسـت. هیچ یک از کارهای پژوهشـی قبلی به کشـف لگاریتـم کمک نکـرده و یـا ورود آن را پیش‌بینی نکرده بودنـد. لگاریتم بدون آنکـه از کارهای دیگر اندیشـمندان بهره گیرد، یا آنکه مسـیرهای شناخته‌شـدهٔ تفکر ریاضی را دنبال کنـد، به تنهایی افکار انسان را به صورت ناگهانی متوجه خود ساخت. برای لگاریتم کاربردهای فراوانی وجود دارد، اما باید گفت پرکاربردترین علمی که از لگاریتم استفاده می‌کند، شیمی تجزیه است.

کلیدواژه‌ها: لگاریتم، عرصه دانش، تفکر ریاضی، شیمی تجزیه

مقدمه

شاید برای بیان ارزش علم ریاضیات اشاره به جملهٔ به یاد ماندنی **لئوناردو داوینچی** خالی از لطف نباشد: «هیچ دانسـتهٔ بشری را نمی‌توان علم نامید، مگر اینکه از طریق ریاضیات توضیح داده و اثبات شود.»

با کشف نظریه‌های ریاضی آن‌ها هستی پیدا می‌کنند، امـا دیر یا زود کاربرد خود را در زندگی و سـایر دانش‌ها می‌یابند. شـاید در حـدود چهار قرن پیش کسـی فکر نمی‌کرد لگاریتـم که در رابطه با نیاز محاسـبات علمی کشف شده است، در آینده کاربردهای وسیعی پیدا کند؛ به‌طوری‌که **لاپلاس** گفته اسـت: «لگاریتم طول زندگی اخترشناسـان را چند برابر و طول محاسبات را کم کرده است.»

لگاریتم از واژهٔ یونانی «**لوگوس**» به معنای «نسبت» و «**ارتیموس**» به معنای «عدد» گرفته شده است. بی‌تردید هیچ علمی به اندازهٔ شـیمی تجزیه از لگاریتم اسـتفاده نمی‌کنـد، زیرا در این علم به کرات با عمل لگاریتم‌گیری مواجه می‌شویم. از جمله می‌توان به استفاده از لگاریتم در اندازه‌گیـری pH، pK_a، pK_b و p_c (c: غلظت‌گونه) و غیره اشاره کرد.

فرایند لگاریتم‌گیری درک و تجزیه و تحلیل اعداد و رسم نمودارهای آماری را آسان‌تر می‌کند و باعث می‌شود که کار با اعداد بسـیار بزرگ یا بسیار کوچک، محدودتر و قابل دسترس‌تر شود.

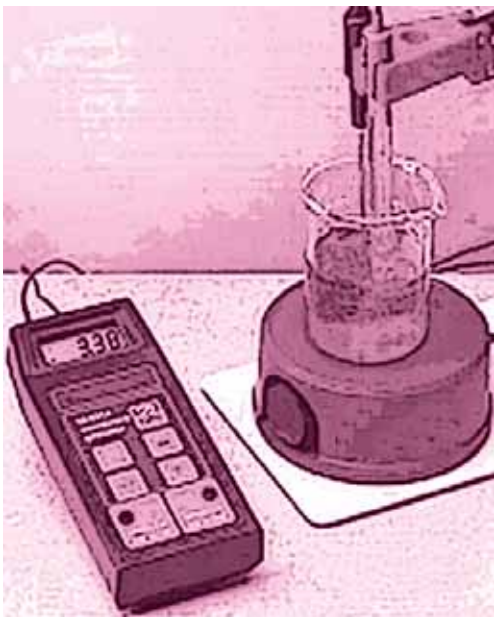
در این مقاله برای بیان چند کاربرد لگاریتم در شیمی به تشـریح توابعی مانند pH و pK_a و مسـائل مربوط به آن خواهیم پرداخت. در سـؤالات مربوط به توابع مذکور، مانند گذشـته مقادیر لگاریتم‌هایی که روند نیستند، در اختیار دانش‌آموزان قرار نمی‌گیرند و آن‌ها در درس‌های ریاضیات اصول محاسـبات را می‌آموزند. از دانش‌آموزان انتظار می‌رود که بتوانند به خوبی عمل لگاریتم‌گیری را انجام دهند.

pH معیاری برای تعیین میزان اسیدی یا قلیایی‌بودن یک محلول اسـت که بـرای محاسـبهٔ آن از این رابطهٔ لگاریتمی استفاده می‌شود: $pH=-\log_{10}[H_3O^+]$

به عبارت دیگر، برای محاسبهٔ pH باید از غلظت مولی یون هیدرونیوم لگاریتم گرفته شود.

با توجه به اینکه pH در دمای ۲۵°C در گسترهٔ ۰ تا ۱۴ تغییر می‌کند، پس محدودهٔ غلظتی یون هیدرونیوم از ۱ تا 10^{-14} مولار متغیر اسـت. اگر به گسـترهٔ غلظتی یون هیدرونیوم و اعداد بسیار کوچک آن دقت کنیم، به خوبـی ارزش فرایند لگاریتم‌گیری را برای محدود کردن این گسترهٔ غلظتی وسیع درک خواهیم کرد.

بی‌شک محاسبهٔ لگاریتمی بسـیاری از اعداد، بدون ماشین حسـاب برای ما مقدور نیست. لیکن در سؤالات مربوط به توابع لگاریتمی در درس شـیمی، سـؤالات به گونه‌ای طراحی می‌شوند که با دانستن لگاریتم دو عدد ۲ و ۳ ($\log_{10}2\approx0/3$ و $\log_{10}3\approx0/47$) و با استفاده از قواعد



لگاریتم‌گیری محاسبات به سادگی انجام می‌گیرند.

از طرف دیگر، طبق قاعدهٔ لگاریتمی: $\log_{۱۰} x=a$، می‌توان برای محاسبهٔ تابع x نوشت: $x=۱۰^{a}$.

لذا با داشتن pH برای محاسبهٔ غلظت مولی یون هیدرونیوم می‌توان بیان کرد: $[H_۳O^+]=۱۰^{-pH}$.

برای درک بهتر موضوع به بررسی و حل چند مسئله می‌پردازیم:

● **مثال ۱.** غلظت یون هیدرونیوم در یک محلول حاوی اسید HCl برابر $۲\times۱۰^{-۳}M$ است. pH این محلول را به دست آورید؟

پاسخ: در این مسئله با توجه به اینکه غلظت یون هیدرونیوم به‌صورت عدد ۲×۱۰^{-۳} آمده است و بین دو عدد ۲ و $۱۰^{-۳}$ علامت ضرب قرار دارد، طبق قواعد لگاریتم‌گیری (در لگاریتم، جمع به ضرب تبدیل می‌شود) می‌توان نوشت:

$$pH=-\log ۲\times۱۰^{-۳}=-(\log_{۱۰}۲+\log_{۱۰}۱۰^{-۳})$$

طبق نکتهٔ گفته شده، می‌دانیم که لگاریتم عدد ۲ برابر با ۰/۳ و همچنین لگاریتم $۱۰^{-۳}$ برابر (۳-) است.

پس:

$$pH=-(\frac{۳}{۱۰}-۳)=-(-\frac{۲۷}{۱۰})=۲/۷$$

● **مثال ۲.** غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید HBr برابر ۵×۱۰^{-۲} است. pH این محلول را بیابید.

پاسخ: برای محاسبهٔ لگاریتم عدد ۵ می‌توان آن را به‌صورت $\log_{۱۰}\frac{۱۰}{۲}$ نوشت:

طبق قواعد لگاریتم (در لگاریتم، تقسیم به تفریق تبدیل می‌شود) داریم:

$$pH=-\log_{۱۰}۵\times۱۰^{-۲}=-(\log_{۱۰}۵+\log_{۱۰}۱۰^{-۲})$$
$$=-(\log_{۱۰}\frac{۱۰}{۲}+\log_{۱۰}۱۰^{-۲})$$
$$=-(\log_{۱۰}۱۰-\log_{۱۰}۲-۲\log_{۱۰}۱۰)$$
$$=-(۱-۰/۳-۲)=-(-۱/۳)=۱/۳$$

● **مثال ۳.** pH یک محلول اسید HCl برابر ۲/۷ است. غلظت یون هیدرونیوم را در این محلول به‌دست آورید.

پاسخ: طبق رابطهٔ لگاریتمی داریم: $[H_۳O^+]=۱۰^{-pH}$ و می‌توان نوشت: $[H_۳O^+]=۱۰^{-۲/۷}$.

ظاهر این عدد به گونه‌ای است که ممکن است تصور شود فقط با ماشین‌حساب قابل محاسبه است، حال آنکه با دانستن لگاریتم عدد ۲ و یک قاعدهٔ لگاریتمی می‌توان آن را بدون ماشین حساب به‌دست آورد.

قاعده لگاریتمی: $۱۰^{\log_{۱۰}^{a}}$ برابر با عدد a است.

بنابراین به جای عدد ۲/۷- ما عبارت جایگزین (۳+۰/۳-) را می‌نویسیم:

$$[H_۳O^+]=۱۰^{-۲/۷}=۱۰^{(-۳+۰/۳)}=(۱۰^{-۳})\times(۱۰^{۰/۳})$$
$$=(۱۰^{-۳})\times۱۰^{\log ۲}=۱۰^{-۳}\times۲=۰/۰۰۲M$$

● **مثال ۴.** در یک محلول بافری با pH=۳/۷۶ و pK_a=۴/۷۶، غلظت A^- در محلول چند برابر غلظت اسید HA است؟

پاسخ: برای محاسبهٔ pH یک محلول بافر داریم:

$$pH=pK_a+\log\frac{[A^-]}{[HA]}$$

$$۳/۷۶=۴/۷۶+\log_{۱۰}\frac{[A^-]}{[HA]}\rightarrow -۱=\log_{۱۰}\frac{[A^-]}{[HA]}$$

اگر نسبت $\frac{[A^-]}{[HA]}$ را برابر x در نظر بگیریم، داریم:

$$-۱=\log_{۱۰}x\rightarrow x=۱۰^{-۱}=\frac{۱}{۱۰}\rightarrow x=\frac{[A^-]}{[HA]}=\frac{۱}{۱۰}$$

یعنی $[A^-]$ برابر $\frac{۱}{۱۰}$ غلظت اسید HA است.

نتیجه‌گیری

لگاریتم می‌تواند درک و تفسیر داده‌ها را در شیمی آسان‌تر کند. از طرف دیگر، با توجه به اینکه در آموزش ریاضیات دبیرستان تأکید زیادی روی یادگیری اصول و قواعد آن شده است، با کاربرد این اصول و قواعد در علوم شیمی و فیزیک دورهٔ متوسطه، درک و یادگیری آن‌ها برای دانش‌آموزان جذاب‌تر می‌شود و به‌نوعی درمی‌یابند که ریاضیات در توسعهٔ علوم گوناگون نقشی حیاتی و کلیدی دارد.

لگاریتم از واژهٔ یونانی «لوگوس» به معنای «نسبت» و «ارتیوس» به معنای «عدد» گرفته شده است

***منابع**

۱. دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی (۱۳۹۱). شیمی ۳ و آزمایشگاه.

۲. مصحفی، عبدالحسین (۱۳۹۰)، تصاعد و لگاریتم. انتشارات فاطمی. تهران. چاپ چهاردهم.

۳. مندلسون، الیوت (۱۳۷۴). مسائل اساسی ریاضی. ترجمهٔ عادل ارشقی. تهران. نشر نی.

۴. شهریاری، پرویز (۱۳۸۵). تاریخ ریاضیات. انتشارات فاطمی. تهران.